

# Направление «Алгоритмическая биоинформатика»

ФИО \_\_\_\_\_

Дата \_\_\_\_\_

Общие рекомендации по сдаче письменного экзамена:

- При проверке заданий значительно больше будет цениться демонстрация знаний в различных областях. Таким образом, целесообразней решить по одной задаче из каждого раздела, чем, например, все 5 задач только из разделов 1 и 2.
- Наличие решения (или, по крайней мере, его попытки) для задания из раздела 5 (Алгоритмика) обязательно для получения положительной оценки работы.
- Правильный ответ на любое из заданий без приведения его обоснования, засчитываться не будет.

## 1. Матанализ

1.1 Найди предел  $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n$  для  $x_n = \frac{3\sqrt[n]{16} - 4\sqrt[n]{8} + 1}{(\sqrt[n]{2} - 1)^2}$

1.2 Найти производную функции  $f(x) = x \ln(x^2 + \sqrt{x^2 + 1})$

1.3 Посчитать определенный интеграл  $\int_0^{\infty} x e^{-2x} dx$

## 2. Линейная алгебра

2.1 Для двух матриц  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 0 \end{bmatrix}$  и  $B = \begin{bmatrix} -2 & 3 \\ 3 & 6 \end{bmatrix}$  посчитать:  $A + B$ ,  $A - B$ ,  $AB$

2.2 Для матрицы  $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$  найти  $A^{-1}$ ,  $|A|$ ,  $4A$ ,  $A^T$ .

## 3. Комбинаторика

3.1 Сколько существует последовательностей длины  $n$  над алфавитом  $\{A, G, C, T\}$  таких, что суммарное количество символов  $G$  и  $C$  превосходит суммарное количество символов  $A$  и  $T$  ( $n$  – четное число,  $n > 2$ ).

3.2 Сколько существует различных укорененных двоичных деревьев, содержащих 4 листовые вершины, каждая из которых помечена символом из алфавита  $\{A, G, C, T\}$  (все символы на листьях должны быть различными). Перечислите их.

## 4. Теория вероятностей

4.1 Для дискретной случайной величины  $\xi$ , распределение которой задано в табличной форме, найти 1й и 2й начальные моменты. Привести график для интегральной функции распределения величины  $\xi$ .

$\xi$	1	2	4
Pr	0.25	0.25	0.5

4.2 Дана последовательность случайных величин  $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_{12}$ . Каждая величина  $\xi_i$  имеет непрерывное равномерное распределение в диапазоне  $[0,1]$ . Найти математическое ожидание и дисперсию для величины  $\eta = \sum_{i=1}^{12} \xi_i - 6$ . Что можно сказать о законе распределения этой случайной величины?

## 5. Алгоритмика

Задан неориентированный граф  $G(V, E)$ , содержащий  $N$  вершин.  $M$  вершин графа покрашены черным цветом. Необходимо проложить по графу маршрут между заданной парой так, чтобы в нем гарантированно содержалось не более  $k$  вершин черного цвета. Предложить алгоритм и проанализировать его на вычислительную сложность. Описать общую идею алгоритма словесно, а также либо с помощью блок-схемы, либо с помощью псевдокода, либо с помощью реализации на одном из распространенных языков программирования (C/C++, Java, Python, R, Matlab).